



KARŞI DÜZLEM DURUMUNDA İKİ YAPININ ETKİLEŞİM PROBLEMİ

Abdul Hayır, Abdullah Aluç, Sinan E. Çankaya
İstanbul Teknik Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, 34469 Maslak, İstanbul

ABSTRACT

In this study, two structures having circular foundations are considered for antiplane motion. The goal is to figure out the multiple dynamics interaction between structure, foundation and soil respectively. Analytical solution called wave expansion method is performed for simple geometry of the structures. The method gives very significant data to understand the physics of the interaction. Solutions are derived in frequency domain. Numerical results are obtained for various parameters, and compared with literature results.

ÖZET

Bu çalışmada birbirlerine yakın iki farklı yapının deprem esnasındaki davranışları ve birbirine olan etkileri araştırılacaktır. Bu yapılar; rijit temele sahip ve zemine gömülü elastik yapılar olarak belirlenmiştir. Çalışmanın amacı, deprem dalgalarının etkilerini yapıların geometrik, konum ve mekanik özelliklerini dikkate alarak belirlemektir. Çalışmada analitik çözüm yöntemi kullanılmaktadır. Bu sebeple, bu iki yapı basit geometrik yapılar olarak modellenmiştir. Bu şekilde deprem etkilerine bir kısıt koymadan yapılarda meydana getireceği etkiler kolaylıkla hesaplanabilmektedir. Depremin yapılarda meydana getirdiği etkilerden sadece SH dalgasının etkileri göz önüne alınacaktır. Çözümler frekans ortamında yapılmaktadır. Elde edilen sayısal sonuçlardan bütün yapı zemin etkileşimleri ve bağımlı olduğu parametreler belirlenmektedir.

Anahtar Kelimeler: Karşı düzlem problemi, yapı zemin etkileşim problemi, gelen dalgalar, yansıyan dalgalar, saçılan dalgalar, dalga frekansı, dalga genlikleri

GİRİŞ

Zeminden deprem dalgalarının geçişi sırasındaki yapı-zemin etkileşimi mühendislerin ilgisini çekmektedir[1-2]. Luco[3], yapı-zemin etkileşiminin çeşitli özelliklerini göstermek için elastik, homojen yarı uzayda yarı silindirik rijit temel üzerine yerleştirilmiş sonsuz uzunluktaki istinat duvarından oluşan modeli incelemiştir. Luco bu çalışmada dikey SH dalgalarının etkileri üzerine yoğunlaşmıştır. Trifunac[4], Luco'nun bu çalışmasını açıcı değişimini kapsayacak şekilde genelleştirerek temel yakınındaki zemin yüzeyi hareketinin tabiatını araştırmıştır.

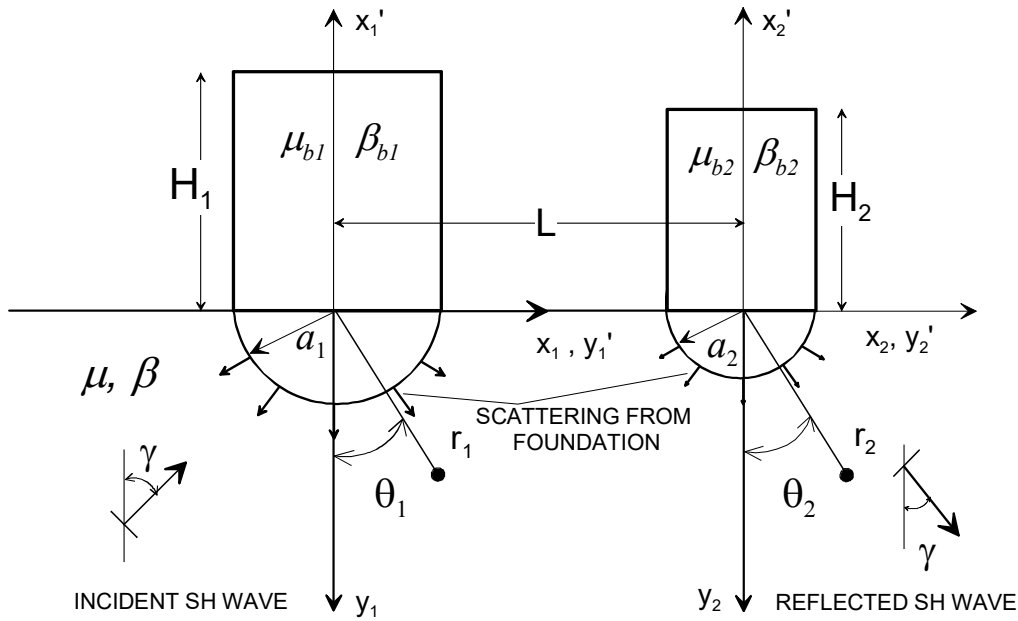
Yapı-zemin etkileşiminin deneysel çalışmaları zemin yüzey hareketi ve bina temelini eşzamanlı ölçümlerine dayanılarak Housner[2] tarafından yapılmıştır.

Birden fazla binanın mevcut olduğu yapı-zemin-yapı etkileşimi problemi Lee ve Trifunac[5] tarafından analitik olarak incelenmiştir. Wong ve Trifunac[6] tarafından SH dalgalarına maruz

kalmış iki ya da daha fazla yapının etkileşim problemi çözülmüştür. Bu çalışmada gelen ve yansıyan dalgalar için kabul edilen çözümler eksiktir. Buradaki çözümler sadece dalganın düşey yönde gelmesi durumu için geçerlidir. Buradaki çalışmamızda ise iki yapı için elde edilen çözümler farklı gelme açısı durumlarını kapsamaktadır.

1. MODEL

İncelenen model, elastik, homojen yarı uzayda, yarım daire kesitli rijit temel üzerine inşa edilmiş sonsuz uzunlukta iki yapıdan oluşmaktadır. a_1 ve a_2 , yarım daire kesitli temellerin yarıçaplarıdır. İstinat duvarlarının genişlikleri $2a_1$ ve $2a_2$, yükseklikleri H_1 ve H_2 ' dir. Bina eksenleri arasındaki mesafe L ile gösterilmektedir. Rijitlikleri μ_{b1} ve μ_{b2} ile gösterilen istinat duvarlarının izotrop ve homojen olduğu kabul edilmekte, SH dalgalarının duvardaki hızları β_{b1} ve β_{b2} ile temsil edilmektedir. Zeminin elastik, izotrop ve homojen olduğu varsayılmakta, rijitliği μ ile gösterilmekte, SH dalgalarının zemindeki hızı β ile verilmektedir.



Şekil1. Model

2. PROBLEM FORMÜLASYONU

γ geliş açılı, $\frac{1}{2}$ genliğe sahip düzlem SH dalgalarından oluşan bir uyarım kabul edilsin. Bu durumda serbest yüzey hareketi şöyle ifade edilebilir:

$$u_z^{g+y} = e^{i\omega t - i(\omega x / C_x)} \cos\left(\frac{\omega y}{C_y}\right) \quad (1)$$

Burada;

$$C_x = \frac{\beta}{\sin(\gamma)} \quad \text{ve} \quad C_y = \frac{\beta}{\cos(\gamma)} \quad (2)$$

olmaktadır.

(1) denklemindeki z indisi, hareketin z yönünde olduğunu göstermektedir. g ve y indisleri, hareketin, gelen (g) ve serbest yüzeyden yansıyan (y) dalgalar sebebiyle olduğunu

belirtmektedir. Bu denklemde, C_x faz hızı ile pozitif x yönünde üretilen dalgaları; $\cos(\omega y/C_y)$ ise y yönünde üretilen dalgaları temsil etmektedir.

Temellerden saçılan dalgalar, ayrı iki kaynaktan dalga saçılmasına karşılık gelmekte, bu saçılmaların sebep oldukları yerdeğiştirmeler dikkate alınmaktadır. Bu yerdeğiştirmeler u_z^S ile gösterilmektedir. Toplam yerdeğiştirme, gelen ve yansıyan dalgaların sebep olduğu yerdeğiştirmeler ile saçılan dalgaların sebep olduğu yerdeğiştirmelerin toplanması ile elde edilmektedir.

$$u_z = u_z^{g+y} + \sum u_z^S \quad (3)$$

Duvar civarında zeminde meydana gelen hareket u_z aşağıdaki yönetici denklemi $r \geq a$ ve $|\theta| \leq \pi/2$ için sağlamalıdır:

$$\frac{\partial^2 u_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_z}{\partial \theta^2} = \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} \quad (4)$$

Ayrıca şu sınır şartlarını da sağlamalıdır:

$$\sigma_{\theta z} = \frac{\mu}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} = 0 \quad \theta = \pm \frac{\pi}{2} \quad \text{ve} \quad r > a \quad (5)$$

$$u_z = \Delta e^{i\omega t} \quad |\theta| \leq \pm \frac{\pi}{2} \quad \text{ve} \quad r = a \quad (6)$$

Burada Δ , bilinmeyen rijit temel hareketidir.

Kartezyen koordinat takımındaki (1) ifadesi, kullanacağımız kutupsal koordinat takımında şöyle ifade edilebilir:

$$u_z^{g+y} = e^{i\omega t} \left\{ J_0(kr) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n J_{2n}(kr) \cos(2n\gamma) \cos(2n\theta) \right. \\ \left. - 2i \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n J_{2n+1}(kr) \sin((2n+1)\gamma) \sin((2n+1)\theta) \right\} \quad (7)$$

$$\text{Burada; } k = \frac{\omega}{\beta} \quad (8)$$

topraktaki dalga sayısı, $J_p(kr)$, p . dereceden (kr) argümanlı 1. nevi Bessel fonksiyonudur.

(3.1) ifadesi, (3.5) ile verilen sınır şartlarını sağladığından, (3.7) ifadesi de sağlamaktadır.

Saçılan dalgaların sebep olduğu yerdeğiştirmeler u_z^S kutupsal koordinatlarda,

$$u_{z1}^S(r_1, \theta_1) = e^{i\omega t} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ a_n H_{2n}^{(2)}(kr_1) \cos(2n\theta_1) + b_n H_{2n+1}^{(2)}(kr_1) \sin((2n+1)\theta_1) \right\} \quad (9)$$

$$u_{z2}^S(r_2, \theta_2) = e^{i\omega t} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ a_n^* H_{2n}^{(2)}(kr_2) \cos(2n\theta_2) + b_n^* H_{2n+1}^{(2)}(kr_2) \sin((2n+1)\theta_2) \right\} \quad (10)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada, a_n , b_n , a_n^* , b_n^* karmaşık katsayılar; $H_p^{(2)}(k r)$, p. dereceden (k r) argümanlı 2. nevi Hankel fonksiyonudur.

Bilinmeyen a_n , b_n , a_n^* , b_n^* karmaşık katsayıları, (3.6) sınır şartını sağlayacak şekilde bulunur.

$$u_z^{g+y} + u_{z1}^S + u_{z2}^S = \Delta e^{i\omega t} \quad (11)$$

2.1. Üst Yapının Hareketi

İstinat duvarının yerdeğiştirme alanı ifadesi (12) diferansiyel denklemini, (13) ve (14) sınır şartlarını sağlamalıdır.

$$\frac{\partial^2 u_z}{\partial y'^2} = \frac{1}{\beta_b^2} \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} \quad 0 \leq y' \leq H \quad (12)$$

$$\sigma_{yz} = \mu_b \frac{\partial u_z}{\partial y'} = 0 \quad y' = H \quad (13)$$

$$u_z = \Delta e^{i\omega t} \quad y' = 0 \quad (14)$$

x kartezyen koordinatına bağlılık temelin rijit olduğu varsayımı ile ihmal edilebilmiştir. (12), (13) ve (14) ifadelerinin çözümü,

$$u_z = \Delta e^{i\omega t} \{ \cos(k_b y') + \tan(k_b H) \sin(k_b y') \} \quad (15)$$

şeklinde verilebilir. Burada,

$$k_b = \frac{\omega}{\beta_b} \quad (16)$$

istinat duvarındaki dalga sayısını göstermektedir. İstinat duvarının birim uzunluğuna etki eden taban kesme kuvveti

$$f_z^b = -\omega^2 M_b \frac{\tan(k_b H)}{k_b H} \Delta e^{i\omega t} \quad (17)$$

olarak ifade edilmektedir (Luco, 1969).

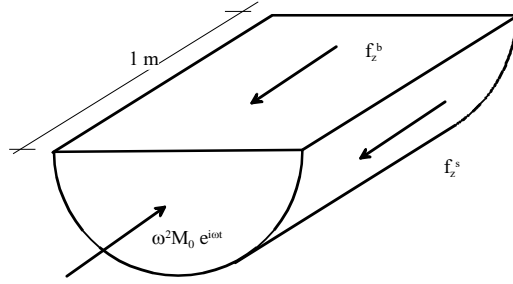
Burada,

$$M_b = \rho_b 2 a H \quad (18)$$

istinat duvarının birim uzunluğunun kütlesini göstermektedir.

2.2. Etkileşim

Rijit temel için hareket denklemi yazılarak [3] Δ yerdeğiştirmesi bulunabilir.



Şekil 2. Birim temel uzunluğu için kuvvet dengesi

$$-\omega^2 M_0 \Delta e^{i\omega t} = -(f_z^s + f_z^b) \quad (19)$$

$$f_z^s = -a \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sigma_{rz} \Big|_{r=a} d\theta \quad (20)$$

M_0 temelin birim uzunluğunun kütlesini, f_z^s temel çevresindeki zeminin birim uzunluğuna etki eden taban kesme kuvvetini temsil etmektedir.

$$\sigma_{rz} = \mu \frac{\partial u_z}{\partial r} \quad (21)$$

3. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

3.1 a_n, b_n, a_n^*, b_n^* Katsayılarının Tespiti

(3) ifadesi, bilinmeyen katsayıların tespiti için koordinat dönüşümleri kullanılarak $u_z(r_1, \theta_1)$ ve $u_z(r_2, \theta_2)$ olarak iki eksen takımı için de yazılmaktadır. Daha sonra bu formüllerde bulunan a_n, b_n, a_n^*, b_n^* katsayıları sınır koşulları kullanılarak elde edilmektedir.

Hesaplamalarda, Mathematica adlı bilgisayar programından yararlanılmıştır.

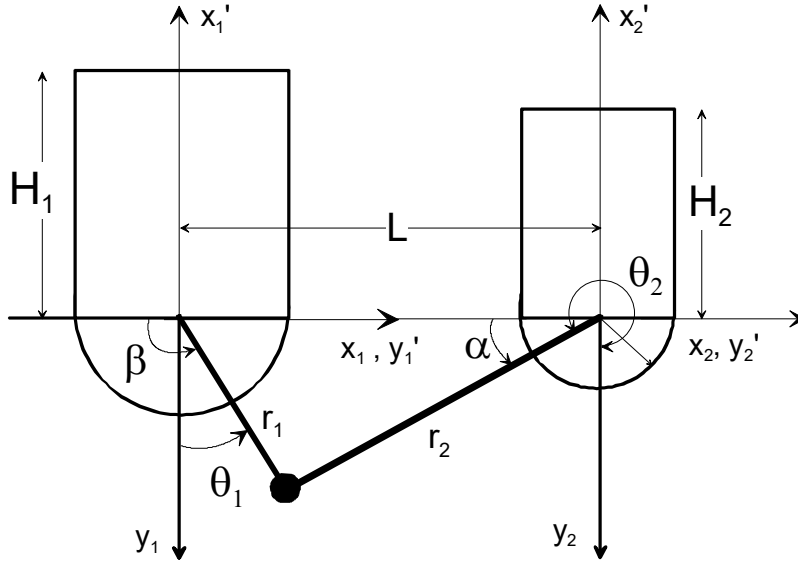
3.2. Toplam Yerdeğiştirme Alanının Elde Edilmesi

$$u_z(r_1, \theta_1) = u_z^{g+y}(r_1, \theta_1) + \sum u_z^s(r_1, \theta_1) \quad (22)$$

r_1, θ_1 eksen takımında gelen ve yansıyan dalgayı içeren ifade;

$$u_z^{g+y}(r_1, \theta_1) = e^{i\omega t} [J_0(k r_1) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n J_{2n}(k r_1) \cos(2n \gamma) \cos(2n \theta_1) - 2i \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n J_{2n+1}(k r_1) \sin((2n+1) \gamma) \sin((2n+1) \theta_1)] \quad (23)$$

şeklinde yazılabilir. (r_1, θ_1) eksen takımında 1. temelden saçılan dalgayı içeren ifade (9) ile, (r_2, θ_2) eksen takımında 2. temelden saçılan dalgayı içeren ifade (10) ile verilmektedir. (10) ifadesi Graf toplam teoremi kullanılarak (r_1, θ_1) koordinatına dönüştürülebilir;



Şekil 3. Koordinat Dönüşümü

Graf toplam teoremi aşağıdaki şekilde yazılabilir[7]:

$$H_n^{(2)}(k r_2) \begin{Bmatrix} \cos(n \alpha) \\ \sin(n \alpha) \end{Bmatrix} = \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{\varepsilon_m}{2} J_m(k r_1) \left[H_{m+n}^{(2)}(k L) \pm (-1)^n H_{m-n}^{(2)}(k L) \right] \begin{Bmatrix} \cos(n \beta) \\ \sin(n \beta) \end{Bmatrix} \quad (24)$$

L bina eksenleri arasındaki uzaklıktır.

$$\varepsilon_m = \begin{pmatrix} 1 & m = 0 \\ 2 & m \neq 0 \end{pmatrix} \quad (25)$$

(10) ifadesini dönüşüm formülleri yardımı ile (r_1, θ_1) eksen takımında ifade etmek için (26) ile verilen açı dönüşümleri kullanılmalıdır.

$$\theta_2 = \alpha + \frac{3\pi}{2} \quad \beta = \theta_1 + \frac{\pi}{2} \quad (26)$$

Benzer şekilde;

$$u_z(r_2, \theta_2) = u_z^{g+y}(r_2, \theta_2) + \sum u_z^s(r_2, \theta_2) \quad (25)$$

(r_2, θ_2) eksen takımında gelen ve yansıyan dalgayı içeren ifade;

$$u_z^{g+y}(r_2, \theta_2) = e^{i\omega t} \left\{ J_0(k r_2) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n J_{2n}(k r_2) \cos(2n \gamma) \cos(2n \theta_2) \right. \\ \left. - 2i \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n J_{2n+1}(k r_2) \sin((2n+1) \gamma) \sin((2n+1) \theta_2) \right\} \quad (26)$$

şeklinde yazılabilir. (r_1, θ_1) eksen takımında 1. temelden saçılan dalgayı içeren ifade (9) ile, (r_2, θ_2) eksen takımında 2. temelden saçılan dalgayı içeren ifade (10) ile verilmektedir. (9) ifadesine, dönüşüm uygulanarak, bu ifade (r_2, θ_2) eksen takımına dönüştürülür (Şekil.3).

Graf toplam teoremi aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$H_n^{(2)}(k r_1) \begin{Bmatrix} \cos(n(\pi-\beta)) \\ \sin(n(\pi-\beta)) \end{Bmatrix} = \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{\varepsilon_m}{2} J_m(k r_2) \left[H_{m+n}^{(2)}(k L) \pm (-1)^n H_{m-n}^{(2)}(k L) \right] \begin{Bmatrix} \cos(n(\pi-\alpha)) \\ \sin(n(\pi-\alpha)) \end{Bmatrix} \quad (27)$$

olarak verilmektedir. L bina eksenleri arasındaki uzaklıktır.

(9) ifadesini dönüşüm formülleri yardımı ile (r_2, θ_2) eksen takımında ifade etmek için (28) ile verilen açı dönüşümleri kullanılmaktadır.

$$\theta_1 = \beta - \frac{\pi}{2}, \quad \pi - \alpha = \frac{5\pi}{2} - \theta_2 \quad (28)$$

3.3. Denklem Takımının Çözümü

Sınır şartları

$$u_z(r_1, \theta_1) = \Delta_1 e^{i\omega t} \quad |\theta_1| \leq \pm \frac{\pi}{2} \quad \text{ve} \quad r_1 = a_1 \quad (29)$$

$$u_z(r_2, \theta_2) = \Delta_2 e^{i\omega t} \quad |\theta_2| \leq \pm \frac{\pi}{2} \quad \text{ve} \quad r_2 = a_2$$

(29) ile verilen sınır şartları yardımıyla oluşturulan denklem takımının çözümünden a_n , b_n , a_n^* , b_n^* katsayıları tespit edilmektedir.

Rijit Temelde Kuvvet Denge Denklemleri

a_n , b_n , a_n^* , b_n^* katsayılarının yerlerine konması ile f_{z1}^s ve f_{z2}^s ifadeleri

$$f_{z1}^s = e^{i\omega t} \mu \left(\Gamma_0^1 + \Gamma_1^1 \Delta_1 + \Gamma_2^1 \Delta_2 \right) \quad (30)$$

$$f_{z2}^s = e^{i\omega t} \mu \left(\Gamma_0^2 + \Gamma_1^2 \Delta_1 + \Gamma_2^2 \Delta_2 \right)$$

şeklinde elde edilmektedir. Burada Γ_0^1 , Γ_1^1 ve Γ_2^1 gelen ve saçılan dalgalar ile ilgili parametreler

1. bina için,

$$-\omega^2 M_0^1 \Delta_1 e^{i\omega t} = -(f_{z1}^s + f_{z1}^b) \quad (31)$$

olarak yazılabilir. Yapının birim uzunluğuna etki eden taban kesme kuvveti

$$f_{z1}^b = -\omega^2 M_{b1} \frac{\tan(k_{b1} H_1)}{k_{b1} H_1} \Delta_1 e^{i\omega t} \quad (32)$$

olarak ifade edilebilir. Aynı şekilde 2. bina için,

$$-\omega^2 M_0^2 \Delta_2 e^{i\omega t} = -(f_{z2}^s + f_{z2}^b) \quad (33)$$

yazılabilir. 2. istinat duvarının birim uzunluğuna etki eden taban kesme kuvveti

$$f_{z2}^b = -\omega^2 M_{b2} \frac{\tan(k_{b2} H_2)}{k_{b2} H_2} \Delta_2 e^{i\omega t} \quad (34)$$

olarak ifade edilebilir.

1. bina için kuvvet denge denklemi,

$$-\omega^2 M_0^1 \Delta_1 e^{i\omega t} = -\left(e^{i\omega t} \mu (\Gamma_0^1 + \Gamma_1^1 \Delta_1 + \Gamma_2^1 \Delta_2) - \omega^2 M_{b1} \frac{\tan(k_{b1} H_1)}{k_{b1} H_1} \Delta_1 e^{i\omega t} \right) \quad (35)$$

şeklinde yazılabilir.

Burada,

$$\mu = \frac{\omega^2 2 M_s}{\pi (k r_1)^2} \quad k_{b1} H_1 \equiv \varepsilon k r_1 \quad (36)$$

bu oran esnekliği ve istinat duvarının izafi yüksekliğini tanımlar, eşitlikte yerlerine yazılırsa:

$$-\omega^2 M_0^1 \Delta_1 e^{i\omega t} = -\left(e^{i\omega t} \frac{\omega^2 2 M_s}{\pi (k r_1)^2} (\Gamma_0^1 + \Gamma_1^1 \Delta_1 + \Gamma_2^1 \Delta_2) - \omega^2 M_{b1} \frac{\tan(\varepsilon k r_1)}{\varepsilon k r_1} \Delta_1 e^{i\omega t} \right) \quad (37)$$

elde edilmektedir. (37) ifadesinin her iki tarafı M_s ye bölünür ve gerekli sadeleştirmeler yapılırsa,

$$\frac{M_0^1}{M_s^1} \Delta_1 = \left(\frac{2}{\pi (k r_1)^2} (\Gamma_0^1 + \Gamma_1^1 \Delta_1 + \Gamma_2^1 \Delta_2) - \frac{M_b^1}{M_s^1} \frac{\tan(\varepsilon k r_1)}{\varepsilon k r_1} \Delta_1 \right) \quad (38)$$

ifadesi elde edilmektedir.

Aynı işlemler 2. bina için tekrarlandığında,

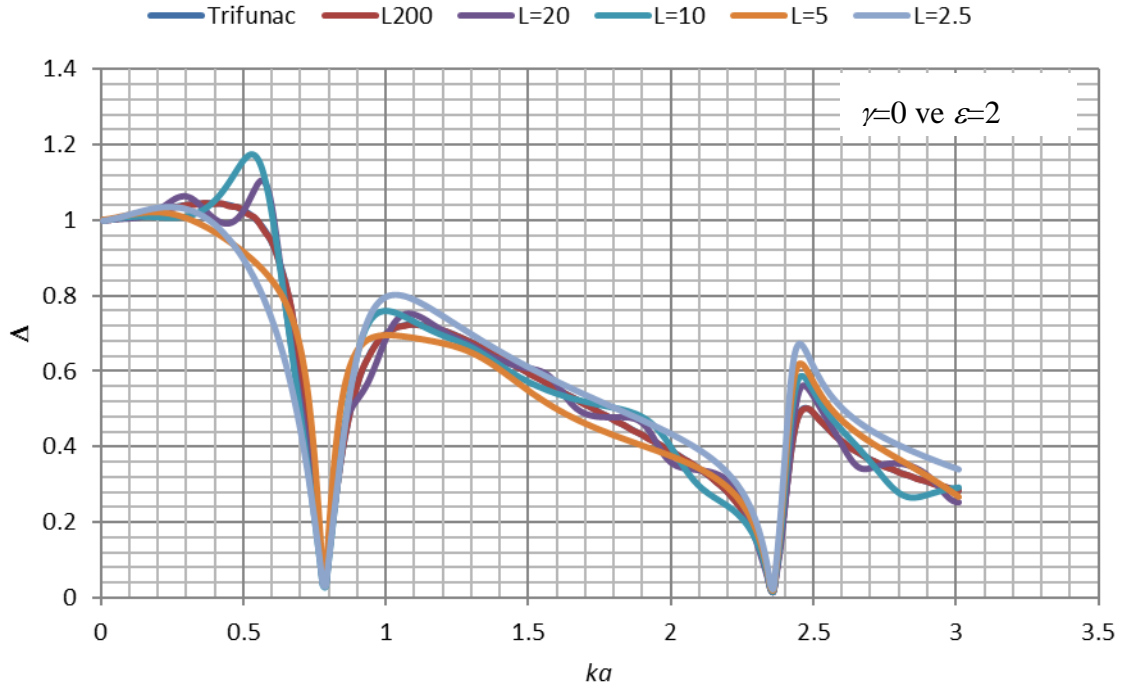
$$\frac{M_0^2}{M_s^2} \Delta_2 = \left(\frac{2}{\pi (k r_2)^2} (\Gamma_0^2 + \Gamma_1^2 \Delta_1 + \Gamma_2^2 \Delta_2) - \frac{M_b^2}{M_s^2} \frac{\tan(\varepsilon k r_2)}{\varepsilon k r_2} \Delta_2 \right) \quad (39)$$

ifadesi yazılabilmektedir.

Denklem takımı, Δ_1 ve Δ_2 bilinmeyenlerini içeren (38) ve (39) ifadeleri ile oluşturulur. Denklem takımının Mathematica programı ile çözülmesi ile Δ_1 ve Δ_2 yerdeğiştirmeleri bulunmuş olur.

SONUÇLAR

Birbirlerine yakın inşa edilmiş yapılar, deprem esnasında birbirlerini etkilemektedir. Bazı frekans durumlarında genlikler artmakta, bazı durumlarda ise azalmaktadır. Bu etki yapı temel boyutu ile aralarındaki mesafe karşılaştırıldığında yeterince büyükse (200 katı kadar) tek bir yapı gibi davranmaktadır(Şekil4). Bu oranın küçük olması durumunda etkileşimler artmaktadır. Bu oranın 2.5 olması durumunda genliklerdeki en büyük artış %15 civarındadır. Rezonans frekanslarında bir değişiklik gözlemlenmemektedir.



Şekil4. Yapı temellerinin impedans fonksiyonunun frekansa göre değişimi.

KAYNAKLAR

- [1] Housner, G. W. 1954. Effect of Foundation Compliance on Earthquake Stresses in Multistory Buildings, *Bull. Seis. Soc. Amer.*, 44, 551-569.
- [2] Housner, G. W. 1957. Interaction of Building and Ground During an Eartquake, *Bull. Seis. Soc. Amer.*, 47, 179-186.
- [3] Luco, J. E. 1969. Dynamic ;Interaction of a Shear Wall with the Soil, *J. Eng. Mech. Div. Am. Soc. Civil Eng.*, 95, 333-346.
- [4] Trifunac, M.D. 1972. Interaction of a shear wall with the soil for incident plane *SH* waves, *Bull. Seism. Soc. Am.* 62, 63-83.
- [5] Lee, V. W., Trifunac M. D., 1979. Response of Tunels to Incident *SH* Waves, *Engrg. Mech. Div.*, ASCE Vol. 105, 643-659.
- [6] Wong, H.L, Trifunac, M.D. 1975. Two-dimensional, antiplane, building-soil-building interaction for two or more building and for incident plane *SH* waves, *Bulletin of the seismological Society of America*, 65, 1863-1885.
- [7] Hayir A, Aluc A. 2007, Interaction of two structures during strong ground motion, Third International Conference on Structural Engineering, Mechanics and Computation, 10-12 September, Cape Town, South Africa.